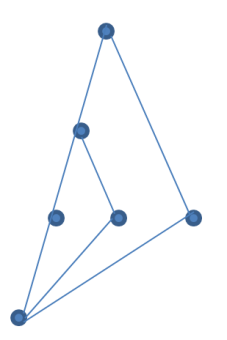
امتحان پایان‌ترم درس ساختمان‌های گسسته (ریاضیات گسسته)

مدرس: شکریان وقت: 105 دقیقه

نام و نام خانوادگی: شماره‌ی دانشجویی:

**استفاده از ماشین حساب، جزوه و کتاب مجاز نیست.**

1. رابطه‌ی R روی Z به صورت (x,y)R(w,z) ↔|w-z|||x-y| تعریف می‌شود. (یعنی (x,y) با (w,z) در رابطه است اگر و تنها اگر |x-y| بر |w-z| بخش‌پذیر باشد). ثابت کنید که آیا این رابطه دارای خواص بازتابی، تقارنی، پادتقارنی، تعدی، ترتیب جزئی و هم‌ارزی هست یا نه. (5/1 نمره)
2. مطلوب است تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی اعداد طبیعی از 1 تا 100 (با احتساب خود 1 و 100)، که هیچ یک از اعضای آن‌ها نه بر 3 و نه بر 5 بخش‌پذیر نباشند. (مثلاً اعداد 5، 9 یا 15 نباید در این زیرمجموعه‌ها باشند). (5/1 نمره)
3. با استفاده از اصل شمول و طرد یا چندجمله‌ای‌های رخ، تعداد تمام جایگشت‌های کلمه‌ی fruit را به دست آورید، به نحوی که تمام شروط زیر برقرار باشد: (2 نمره)
   1. حرف f در ابتدای کلمه قرار نگیرد.
   2. حرف t در انتهای کلمه قرار نگیرد.
   3. حرف u یا در ابتدا، یا در انتها، یا درست در وسط کلمه قرار گیرد.
   4. r و i در مکانی که قعلاً قرار دارند (حرف دوم از چپ برای r و حرف چهارم از چپ برای i) قرار نگیرند.
4. در POSET زیر، LUB و GLB را برای هر جفت عضو به دست آورید و استدلال کنید که آیا این POSET: (2 نمره)
   1. شبکه هست؟
   2. مکمل‌پذیر هست؟
   3. توزیع‌پذیر هست؟
   4. جبر بول هست؟
5. فرض کنید گراف همبند G با یال‌های وزن‌دار (که وزن به معنی فاصله است) و n رأس موجود است. یک گره مشخص به نام A را در نظر می‌گیریم. مایلیم یک زیرگراف از G، شامل تمام رأوس G استخراج کنیم، به نحوی که فاصله‌ی تمام رأوس از A کمینه باشد. الگوریتمی برای این کار ارائه دهید. (1 نمره)

مثال: برای گراف سمت چپ و نقطه‌ی A، پاسخ صحیح زیرگراف سمت راست است.

